

Proposition de Stage d'initiation à la recherche de M1 en Mathématiques appliquées

## Simulation de Processus déterminantaux

### Sujet :

Les processus déterminantaux (dpp) [1-4], introduits par Odile Macchi en 1975, sont des processus ponctuels répulsifs dont la distribution de probabilité jointe de  $N$  points est égale au déterminant d'un noyau défini positif. En tant que modèles et outils computationnels, ces processus aléatoires apparaissent dans des domaines variés tels que théorie des matrices aléatoires, physique quantique, probabilité, statistiques. Plus récemment, ils ont trouvé des applications en *machine learning* [3].

Un certain nombre d'algorithmes de simulation de processus déterminantaux ont été proposés [4-6], parmi lesquels des algorithmes exacts, basés sur la décomposition spectrale du noyau sous-jacent, dont le coût est en général en  $\mathcal{O}(N^3)$ , et des algorithmes approchés, de type Monte Carlo par Chaîne de Markov (MCMC). Cependant, simuler un processus déterminantal reste un challenge en grande dimension [7] ou lorsqu'on a affaire à des dpp non symétriques [8].

Lors de ce travail, après s'être familiarisé avec les processus ponctuels [9,10] puis les processus déterminantaux [1-4], le stagiaire explorera les algorithmes de simulation de dpp [4-6]. Deux pistes de recherche pourront alors être abordées : les méthodes de simulation de dpp en grande dimension, dans la continuité de [7] ; et l'application des dpp aux techniques de Monte Carlo séquentielles, dans la continuation de [11].

**Mots clés :** processus aléatoires, processus déterminantaux, simulation stochastique, fonctions définies positives.

### Encadrants, Lieu et Dates du stage

Encadrants : François Desbouvries (Professeur) et Marc Castella (Maître de conférences)  
francois.desbouvries,marc.castella@telecom-sudparis.eu

Lieu : Laboratoire Samovar, Telecom Sudparis, Institut Polytechnique de Paris  
19 place Marguerite Perey, 91120 Palaiseau

Durée : 4 mois, à partir de la première quinzaine d'avril (*démarrage en télétravail*).

### Bibliographie

- [1] <http://math.univ-lille1.fr/~maida/DPPgazette.pdf>
- [2] <https://terrytao.wordpress.com/2009/08/23/determinantal-processes/>
- [3] <https://arxiv.org/pdf/1207.6083.pdf>
- [4] <https://arxiv.org/pdf/1205.4818.pdf>
- [5] <https://arxiv.org/pdf/math/0503110.pdf>
- [6] <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00879101/document>
- [7] <https://ori-nuxeo.univ-lille1.fr/nuxeo/site/esupversions/e5c7ae9d-58d3-4b63-bf56-385f9a755962>
- [8] <https://arxiv.org/abs/1905.12962>
- [9] <https://pdfs.semanticscholar.org/f4a2/fe1b2a7b1a87b05f271dad1c7734ebcab686.pdf>
- [10] [http://fisher.stats.uwo.ca/faculty/kulperger/S9934a/Papers/Moeller\\_Waag\\_2007.pdf](http://fisher.stats.uwo.ca/faculty/kulperger/S9934a/Papers/Moeller_Waag_2007.pdf)
- [11] <https://arxiv.org/pdf/1607.05758.pdf>